Astronomická olympiáda

PLANETÁRIUM OSTRAVA

Česká astronomická společnost
http://www.astro.cz
http://olympiada.astro.cz

Krajské kolo 2015/16, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

Identifikace práce

vyplňuje žák/yně – čitelně, tiskacím písmem

Žák/yně	jméno:	příjmení:	rok nar.:
Bydliště	ulice, č.p.:	město:	PSČ:
	e-mail:		

vyplňuje učitel/ka – čitelně, tiskacím písmem

Učitel/ka	jméno:	příjmení:	podpis:
Škola	ulice, č.p.:	město:	PSČ:

vyplňuje hodnotící komise

počet bodů: **1** _______ **2** _______ **3** _______ **P** _______ počet bodů celkem: ______

Ve výsledkové listině bude uvedeno jméno a příjmení žáka/yně, jméno a příjmení učitele/ky, škola a počet bodů. Ostatní údaje jsou určeny pouze pro usnadnění komunikace s řešiteli a statistiku MŠMT. Účastí v krajském kole souhlasí soutěžící a jeho učitel s organizačním řádem soutěže Č.j.: MŠMT – 14 896/2012-51. Organizační řád je zveřejněn na adrese http://olympiada.astro.cz.

V roce 2016 stojí z předpověditelných astronomických úkazů za zmínku především přechod planety Merkur přes sluneční disk, který bude z ČR pozorovatelný v odpoledních a večerních hodinách 9. května. Rozhodně si také nenechte ujít úchvatné setkání Venuše a Jupitera 27. srpna, kdy se tyto dvě jasné planety na pozemské obloze přiblíží na vzdálenost pouhých čtyř úhlových minut!

I letos nás čeká celá řada astronomických a astronautických výročí. Stojí za to si je připomenout a pokud tak učiníte například kliknutím na přiložené odkazy, docela jistě se i něco zajímavého dozvíte! Tři z výročí se staly inspirací pro zadání krajského kola.

- *19. ledna uplyne 10 let od startu sondy New Horizons k Plutu,*
- *3. února si připomeneme 100. výročí publikace Schwarzschildova řešení rovnic obecné teorie relativity pro hmotný bod ve vakuu,*
- *30. dubna tomu bude 1010 let od výbuchu supernovy SN 1006.*

Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺

Pokyny pro vypracování krajského kola Astronomické olympiády:

- řešení vypracuj na bílé listy formátu A4 (velký sešit – ne linkovaný nebo čtverečkovaný)
- každou úlohu vypracuj na samostatný list; na všechny listy čitelně napiš svoje jméno a příjmení
- k řešení použij pero nebo propisku modré nebo černé barvy
- ke kreslení případných obrázků použij obyčejnou tužku nebo barevný (ale ne červený!!!) tenký fix/propisku
- konečné výsledky v jednotlivých otázkách uváděj na správný počet platných číslic

Důležité kontakty:

Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:	http://olympiada.astro.cz, olympiada@astro.cz
Poštovní adresa pro zaslání vypracovaných úloh:	Mgr. Lenka Soumarová Štefánikova hvězdárna Strahovská 205 118 00 Praha 1

Termín odeslání: 31. 1. 2016 (datum poštovního razítka)

Krajské kolo 2015/16, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

*Celkem lze získat maximálně **90 bodů**, do finále postupuje 15 nejlepších řešitelů krajských kol, **kteří získali nenulový počet bodů z praktické úlohy**.*

příklad 1

O supernově SN 1006, kterou lidé mohli pozorovat v létě 1006 v souhvězdí Vlka, napsal astronom Ali ibn Ridwan, že byla „dva a půl až třikrát větší než Venuše a její světlo bylo jako čtvrtina měsíčního".

Podle svědectví mnichů z kláštera v St. Gallen (dnešní Švýcarsko), kteří zaznamenali přibližnou závislost jasnosti supernovy SN 1006 na čase (tedy tzv. světelnou křivku), dnes usuzujeme, že se jednalo o supernovu typu Ia. Tyto supernovy vznikají explozí bílého trpaslíka v symbiotických dvojhvězdách poté, co hmotnost bílého trpaslíka překročí Chandrasekharovu mez. Jednotné podmínky při vzniku supernov typu Ia mají za následek, že všechny tyto supernovy mají v maximu absolutní hvězdnou velikost ve viditelném světle přibližně $M_\mathrm{V} = (-19{,}5 \pm 0{,}4)\,\mathrm{mag}$.

Během posledních dvou desetiletí se astronomům podařilo nashromáždit dostatečné množství dat, aby dokázali určit vzdálenost pozůstatku po SN 1006. Porovnáním snímků pořízených s časovým odstupem několika let bylo zjištěno, že sférická obálka pozůstatku se na obloze rozpíná úhlovou rychlostí $\alpha = 0{,}280 \pm 0{,}008\,\mathrm{arcsec} \cdot \mathrm{y}^{-1}$. Z měření Dopplerova posuvu čar Hα, He I a He II se rovněž podařilo určit radiální rychlost rozpínání obálky $v_\mathrm{r} = 2900 \pm 100\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. Ze zčervenání spekter okolních hvězd byla mezihvězdná extinkce směrem k SN 1006 určena jako $A_\mathrm{V} = 0{,}31 \pm 0{,}10\,\mathrm{mag}$.

a) Vypočtěte vzdálenost d pozůstatku po SN 1006 a její nejistotu.
b) Za předpokladu, že vzdálenost místa výbuchu SN 1006 je přibližně rovna dnešní vzdálenosti pozůstatku, vypočtěte vizuální hvězdnou velikost m_V supernovy v maximu a její nejistotu. Výsledek porovnejte se svědectvím Aliho ibn Ridwana.

Na závěr si představme, že během výbuchu SN 1006 pozorovali lidé náhlé zjasnění trvající $\Delta t = 11{,}5\,\mathrm{d}$.

c) Jak dlouhé zjasnění Δt_{220} by pozoroval astronom sledující výbuch z galaxie Arp 220, která je od nás vzdálena $d_{220} = 79\,\mathrm{Mpc}$? Počítejte s hodnotou $H_0 = 68\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{Mpc}^{-1}$ Hubbleova parametru.

(20 bodů)

příklad 2

V této úloze se blíže podíváme na jednotlivé fáze letu sondy určené k průzkumu Pluta: od jejího startu ze Země až po dosažení dráhy Pluta.

Poslední stupeň rakety nesoucí sondu opustil gravitační vliv Země ve směru oběhu Země kolem Slunce rychlostí o velikosti $v_0 = 12{,}1\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ vzhledem k Zemi. V tento okamžik měly raketa a sonda celkovou hmotnost $M_0 = 25\,000\,\mathrm{kg}$. Pro uvedení sondy na plánovanou trajektorii k Plutu je třeba, aby se sonda těsně po opuštění gravitačního vlivu Země pohybovala rychlostí $v = 43{,}9\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ vzhledem k Slunci ve směru oběhu Země. Oběžná dráha Země je kruhová s poloměrem $a_\mathrm{Z} = 1{,}00\,\mathrm{au}$.

a) Vypočítejte délku Δt opravného zážehu, který musí raketa po opuštění gravitačního vlivu Země provést, aby velikost její rychlosti vzhledem k Slunci před oddělením sondy dosáhla potřebné hodnoty v. Předpokládejte, že výtoková rychlost z motoru rakety při zážehu je $u = 2{,}00\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ při průtoku paliva $\mu = 800\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ a že raketa má k provedení manévru dostatek paliva.

Nápověda: k vyřešení úkolu a) se vám bude hodit Ciolkovského rovnice[1].

[1] `https://cs.wikipedia.org/wiki/Ciolkovsk%C3%A9ho_rovnice`

Krajské kolo 2015/16, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

Nyní se dostáváme k nejdelší fázi letu, kdy sonda po oddělení od posledního stupně rakety cestuje od Země k Plutu. Předpokládejme, že sonda je během této fáze ovlivňována pouze gravitačním působením Slunce. Dále budeme předpokládat, že Pluto je v době přiblížení sondy ve vzdálenosti $a_\mathrm{P} = 32{,}0\,\mathrm{au}$ od Slunce a plocha opsaná průvodičem sondy činí $S = 9{,}80 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^2$.

b) Určete dobu letu T sondy z blízkosti Země do blízkosti Pluta a rychlost v' sondy vzhledem ke Slunci v okamžiku přiblížení k Plutu.

Dále předpokládejme, že sonda má celkovou hmotnost $m = 470\,\mathrm{kg}$ (včetně paliva), nese palivo o hmotnosti $m_\mathrm{p} = 77\,\mathrm{kg}$ a že při zážehu činí výtoková rychlost spalin vůči sondě $u' = 1{,}50\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

c) Rozhodněte, zda je možné navést sondu na nízkou kruhovou oběžnou dráhu kolem Pluta. Rychlost Pluta vzhledem ke Slunci činila v okamžiku setkání se sondou $v_\mathrm{P} = 5{,}70\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Svou odpověď podpořte náležitými výpočty.

(20 bodů)

příklad 3

Letos uplyne již 100 let od formulace obecné teorie relativity Albertem Einsteinem. Obecná relativita nahradila Newtonovu teorii v popisu gravitace a k dnešnímu dni byla důkladně ověřena. Řešení rovnic obecné relativity, které popisuje gravitační pole v okolí nerotujícího, nenabitého tělesa, se nazývá Schwarzschildův prostoročas. V této úloze se budete zabývat kruhovými oběžnými drahami hmotných částic kolem nerotující, nenabité černé díry. Vaše řešení porovnáte s výsledky, které by nám dala newtonovská fyzika.

Ve Schwarzschildově řešení můžeme uvažovat, že velikost gravitační síly působící na částici o hmotnosti m ve vzdálenosti r od centrálního tělesa o hmotnosti M je stejná jako v Newtonově teorii, tedy GMm/r^2. Zakřivená geometrie prostoročasu nicméně ovlivní velikost odstředivé síly působící v soustavě pozorovatele, který obíhá kolem centrálního tělesa úhlovou rychlostí Ω ve vzdálenosti r: místo $m\Omega^2 r$ máme $m\Omega^2 r(1 - 3\mu/r)$, kde $\mu = GM/c^2$. Taktéž čas přestane být univerzální, ale pro účel této úlohy bude postačující, budete-li s časem naivně pracovat stejně jako v Newtonově teorii.[2]

Hmotná částice zanedbatelné hmotnosti m se pohybuje v okolí nerotující, nenabité černé díry hmotnosti $M \gg m$. Poloměr r_S takovéto černé díry lze vyjádřit jako $r_\mathrm{S} = 2\mu$. Uvažujme, že částice obíhá po kruhové dráze o poloměru $r > r_\mathrm{S}$.

a) Určete úhlovou rychlost $\Omega_\mathrm{N}(r)$ a periodu $P_\mathrm{N}(r)$ oběhu částice, které bychom dostali podle Newtonovy teorie.
b) Najděte skutečnou úhlovou rychlost $\Omega_\mathrm{S}(r)$ a periodu $P_\mathrm{S}(r)$ oběhu částice.
c) Určete poměr $P_\mathrm{S}(r)/P_\mathrm{N}(r)$ a okomentujete ho.

Jistě jste si všimli, že pro jisté hodnoty r vyžaduje rovnost gravitační a odstředivé síly, aby platilo $\Omega^2 < 0$. Takové trajektorie nejsou fyzikální a nemohou proto existovat.

d) Najděte interval hodnot r (vyjádřete jej v násobcích r_S), pro které nemůže kruhová dráha o poloměru r kolem černé díry existovat.

[2] Pro zajímavost: ukazuje se, že hodnoty časových veličin pro obíhající částici (např. perioda nebo úhlová rychlost oběhu), které získáme tímto postupem, bychom ve skutečnosti naměřili v soustavě spojené s touto obíhající částicí. Takovýto druh času nazýváme *vlastní čas*.

Krajské kolo 2015/16, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

Stejně jako v Newtonově teorii je i ve Schwarzschildově řešení velikost $L = m\Omega r^2$ momentu hybnosti zachovávána. Nyní si představte, že částice na kruhové dráze o poloměru r kolem černé díry je náhle vychýlena na poloměr $r' = r + x$ (výchylka je malá, takže $x \ll r$), a to tak, že její moment hybnosti zůstane nezměněn.

e) Určete velikost $F_{\mathrm{N}}(x)$ síly, která by na částici ve vychýlené poloze působila v rotující soustavě spojené s částicí podle Newtonovy teorie. Snažila by se tato síla vrátit částici zpět na poloměr r? Jaké jsou důsledky pro stabilitu kruhových oběžných drah v Newtonově teorii?

f) Určete velikost $F_{\mathrm{S}}(x)$ síly, která na částici ve vychýlené poloze ve skutečnosti působí (opět v rotující soustavě spojené s částicí). Okomentujte stabilitu kruhových oběžných drah kolem černé díry pro různé poloměry.

Nápověda: V úkolech e) a f) se vám bude hodit, že pro malá ε (neboli $|\varepsilon| \ll 1$) platí $(1+\varepsilon)^a \approx 1+a\varepsilon$.

(20 bodů)

Krajské kolo 2015/16, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

praktická úloha

Předmětem letošní praktické úlohy bude měření úhlové výšky astronomických objektů nad obzorem. Pro tento účel si podle návodu níže sestrojíte jednoduchou pomůcku: papírový kvadrant.

Úhlovou stupnici (kterou si můžete stáhnout zde[3]) nalepíme na karton obdélníkového tvaru tak, aby úsečky (poloměry) tvořící roh kvadrantu byly rovnoběžné se stranami obdélníkového kartonu. Do středu (rohu) kvadrantu připevníme konec tenkého provázku, na jehož druhém konci je zavěšeno závaží. Provázek by měl přesahovat okraj kartonu a závaží by mělo být dostatečně těžké, aby provázek vyznačoval svislý směr.

a) Popište, jak budeme postupovat při měření úhlové výšky objektů nad obzorem pomocí kvadrantu výše popsané konstrukce. Svůj výklad doplňte vhodnými nákresy.
b) Zkonstruujte si vlastní kvadrant podle návodu výše. Nestyďte se přidat vlastní prvky, které zvýší přesnost měření (např. mířidla). Pro získání plného počtu bodů z této a následujících částí úlohy **přiložte k řešení fotografii vámi sestrojeného kvadrantu.**

Nyní si vyberte jasnou hvězdu, která ve vámi zvolený večer pozorování kulminuje nad jižním obzorem, a zjistěte si její rovníkové souřadnice druhého druhu. Vaším úkolem bude určit čas kulminace této hvězdy pomocí měření její výšky nad obzorem kolem kulminace.

c) Zvolte si několik časů před a po předpokládaném okamžiku kulminace. Pro každý zvolený čas proveďte rychle po sobě několik měření výšky hvězdy nad obzorem a zaznamenejte střední pásmový čas pro každou skupinu měření.
d) Vyneste do grafu střední hodnoty výšky hvězdy nad obzorem v závislosti na čase měření. Z grafu odhadněte maximální výšku hvězdy nad obzorem a pásmový čas kulminace.

Nezapomeňte detailně popsat metodiku vašeho měření a zaznamenat do řešení všechny naměřené hodnoty. Do řešení rovněž jasně indikujte **datum** měření, **zeměpisné souřadnice** místa konání měření a **označení hvězdy**, jejíž výšku nad obzorem jste měřili!

e) Na základě hodnot získaných v části d), časové rovnice a rektascenze Slunce pro den konání vašeho měření (zjistíte si pomocí hvězdářské ročenky nebo internetu) vypočtěte zeměpisné souřadnice místa pozorování. Váš výsledek porovnejte se skutečností.

(30 bodů)

Některá další výročí:

- *24. ledna uplyne 30 let od průletu sondy Voyager 2 kolem planety Uran,*
- *22. února tomu bude 110 let od objevení první planetky (588 Achilles) z rodiny Trojanů astronomem Maxem Wolfem,*
- *10. června si připomeneme 115 let od narození českého astronoma Antonína Bečváře,*
- *3. srpna uplyne 420 let od objevu první periodické proměnné hvězdy (Mira) německým pastorem Davidem Fabriciem.*

Autorem příkladu 2 je Martin Raszyk, příklad 3 navrhl Stanislav Fořt a příklad 1 společně s praktickou úlohou vytvořil Jakub Vošmera. Celkovou koncepci zadání vypracoval Tomáš Gráf.

[3] http://olympiada.astro.cz/zadani/AO_2015_16_AB_2_kolo_kvadrant.pdf